

## Σειρά ασκήσεων #6 – Μικροσκοπικά συστήματα και κβάντωση

1. Να υπολογίσετε το μέγεθος του κβάντου που εμπλέκεται στη διέγερση α) ηλεκτρονιακής κίνησης συχνότητας  $1.0 \times 10^{15}$  Hz, β) μοριακής δόνησης περιόδου 20 fs, και γ) εκκρεμούς περιόδου 0.50 s. Να εκφράσετε τα αποτελέσματα σε joules και kilojoules ανά mole.
2. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος de Broglie για α) μια μάζα 1.0 g που ταξιδεύει με ταχύτητα  $1.0 \text{ m s}^{-1}$ , β) την ίδια μάζα αλλά για ταχύτητα ίση με  $1.00 \times 10^5 \text{ km s}^{-1}$ , γ) ένα άτομο He που ταξιδεύει με ταχύτητα  $1000 \text{ m s}^{-1}$  (τυπική ταχύτητα σε θερμοκρασία δωματίου), δ) εσάς ταξιδεύοντας με ταχύτητα  $8 \text{ km h}^{-1}$ , και ε) εσάς σε κατάσταση ηρεμίας.
3. Υποθέστε πως σχεδιάσατε ένα διαστημόπλοιο το οποίο λειτουργεί μέσω της πίεσης που ασκούν τα φωτόνια. Το ... «πανί» του διαστημοπλοίου σας αποτελείται από πλήρως απορροφητικό ύφασμα εμβαδού  $1.0 \text{ km}^2$ , στο οποίο προσπίπτει μια κόκκινη δέσμη λέιζερ στα 650 nm με ρυθμό  $N_A$  φωτονίων το δευτερόλεπτο από μια βάση στη σελήνη. Πόση είναι α) η δύναμη και β) η πίεση που ασκείται από την ακτινοβολία στο «πανί»; γ) Υποθέστε πως η μάζα του διαστημοπλοίου ήταν ίση με 1.0 kg. Με δεδομένο πως έπειτα από μια περίοδο επιτάχυνσης ξεκινώντας από την ηρεμία, η ταχύτητα ισούται με (δύναμη / μάζα) x χρόνος, πόσο χρόνο θα έπαιρνε στο διαστημόπλοιο να επιταχυνθεί σε μια ταχύτητα  $1.0 \text{ m s}^{-1}$ ;
4. Η ταχύτητα ενός συγκεκριμένου πρωτονίου είναι  $350 \text{ km s}^{-1}$ . Εάν η αβεβαιότητα όσον αφορά στην ορμή του είναι 0.0100 %, ποια είναι η αναμενόμενη ελάχιστη αβεβαιότητα στη θέση του;
5. Ένα ηλεκτρόνιο βρίσκεται περιορισμένο σε μια γραμμική περιοχή με μήκος της ίδιας τάξης μεγέθους όπως η διάμετρος ενός ατόμου (περίπου 100 pm). Να υπολογίσετε τις ελάχιστες αβεβαιότητες στη θέση και την ταχύτητά του.
6. Ποια είναι η πιθανότητα να βρεθεί ένα σωματίδιο μάζα m στο α) αριστερό ένα τρίτο, β) το κεντρικό ένα τρίτο, και γ) το δεξιό ένα τρίτο ενός κουτιού μήκους L όταν το σωματίδιο βρίσκεται στην κατάσταση με  $n = 1$ ;
7. Μια συγκεκριμένη κυματοσυνάρτηση είναι παντού μηδέν εκτός ανάμεσα στα  $x = 0$  και  $x = L$ , όπου και έχει τη σταθερή τιμή A. Να κανονικοποιήσετε την κυματοσυνάρτηση αυτή.

8. Η ρετινάλη αποτελείται από 11 άτομα άνθρακα και ένα άτομο οξυγόνου. Στη θεμελιώδη κατάσταση της ρετινάλης, κάθε στάθμη έως και για  $n = 6$  καταλαμβάνεται από δύο ηλεκτρόνια. Υποθέτοντας μια μέση διαμοριακή απόσταση 140 pm, να υπολογίσετε α) την ενεργειακή διαφορά ανάμεσα στη θεμελιώδη κατάσταση και την πρώτη διεγερμένη κατάσταση στην οποία ένα ηλεκτρόνιο καταλαμβάνει την κατάσταση με  $n = 7$  και β) τη συχνότητα της ακτινοβολίας που απαιτείται για να προκύψει μετάβαση ανάμεσα στις δύο αυτές καταστάσεις.
9. Πολλές βιολογικές αντιδράσεις μεταφοράς ηλεκτρονίων, όπως εκείνες που σχετίζονται με μετατροπή ενέργειας, μπορούν να ερμηνευθούν υπό το πρίσμα του φαινομένου σήραγγας των ηλεκτρονίων ανάμεσα σε συμπάραγοντες που είναι δεσμευμένοι σε πρωτεΐνες, όπως τα κυτοχρώματα, οι κινόνες, οι φλαβίνες και οι χλωροφύλλες. Το φαινόμενο σήραγγας λαμβάνει χώρα σε αποστάσεις συχνά μεγαλύτερες από 1.0 nm με περιοχές της πρωτεΐνης να διαχωρίζουν το δότη και το δέκτη ηλεκτρονίων. Για ένα συγκεκριμένο συνδυασμό δότη και δέκτη ηλεκτρονίων, ο ρυθμός διέλευσης μέσω του φαινομένου σήραγγας στα ηλεκτρόνια είναι ανάλογος της πιθανότητας διέλευσης με  $\kappa \approx 7 \text{ nm}^{-1}$ . Με ποιον παράγοντα αυξάνεται ο ρυθμός διέλευσης των ηλεκτρονίων ανάμεσα σε δύο συμπάραγοντες καθώς η μεταξύ τους απόσταση αλλάζει από 2.0 nm σε 1.0 nm;
10. Το σωματίδιο που βρίσκεται περιορισμένο σε μια επιφάνεια αποτελεί ένα χρήσιμο μοντέλο για την κίνηση ηλεκτρονίων στην πλευρική αλυσίδα της τρυπτοφάνης. Στην κατεύθυνση αυτή, υποθέτουμε παραλληλόγραμμο με πλευρές μήκους 280 pm και 450 pm, με 10 ηλεκτρόνια. Υποθέτουμε επίσης πως στη θεμελιώδη κατάσταση του μορίου κάθε κβαντισμένο ενεργειακό επίπεδο καταλαμβάνεται από δύο ηλεκτρόνια. α) Υπολογίστε την ενέργεια ενός ηλεκτρονίου στο ανώτερο ενεργειακό επίπεδο που έχει καταληφθεί. β) Υπολογίστε τη συχνότητα της ακτινοβολίας που μπορεί να επαγάγει μια μετάβαση ανάμεσα στα υψηλότερα κατειλημμένα και στα χαμηλότερα μη κατειλημμένα επίπεδα.
11. Το σωματίδιο σε έναν δακτύλιο είναι ένα χρήσιμο μοντέλο για την κίνηση ηλεκτρονίων γύρω από το δακτύλιο της πορφίνης που αποτελεί δομικό στοιχείο των χλωροφυλλών. Στην κατεύθυνση αυτή, υποθέτουμε κυκλικό δακτύλιο ακτίνας 440 pm, με 22 ηλεκτρόνια σε ένα συζευγμένο σύστημα το οποίο κινείται στην περίμετρο του δακτυλίου. Παρόμοια με την προηγούμενη

άσκηση, υποθέτουμε πως στη θεμελιώδη κατάσταση του μορίου κάθε κβαντισμένο ενεργειακό επίπεδο καταλαμβάνεται από δύο ηλεκτρόνια. α) Να υπολογίσετε την ενέργεια και τη στροφορμή ενός ηλεκτρονίου στην υψηλότερη ενεργειακή κατάσταση. β) Να υπολογίσετε τη συχνότητα ακτινοβολίας που μπορεί να επαγάγει μια μετάβαση ανάμεσα στα υψηλότερα κατειλημμένα και στα χαμηλότερα μη κατειλημμένα επίπεδα.

12. Το μόριο HI μπορεί να αντιμετωπιστεί ως ένα στατικό άτομο I γύρω από το οποίο ένα άτομο H κινείται. Υποθέτοντας πως το άτομο H περιστρέφεται σε ένα επίπεδο σε απόσταση ίση με 161 pm από το άτομο I, να υπολογίσετε α) τη ροπή αδράνειας I του μορίου, και β) το μέγιστο μήκος κύματος ακτινοβολίας που μπορεί να διεγείρει το μόριο σε περιστροφή.
13. Λάβετε υπόψιν ξανά το μόριο HI της προηγούμενης άσκησης. Αυτή τη φορά, υποθέστε πως το άτομο H ταλαντώνεται ως προς το άτομο I και πως η σταθερά δύναμης  $k$  για τον δεσμό HI είναι  $314 \text{ N m}^{-1}$ . Να υπολογίσετε α) τη δονητική συχνότητα του μορίου, και β) το μήκος κύματος που απαιτείται για τη διέγερση του μορίου σε ταλάντωση. γ) Υποθέτοντας πως η σταθερά δύναμης του δεσμού δε μεταβάλλεται, κατά ποιον παράγοντα θα μεταβληθεί η δονητική συχνότητα του HI όταν το H αντικαθίσταται με το δευτέριο;
14. Υποθέστε τη θεμελιώδη κατάσταση του ατόμου H. α) Για ποια ακτίνα η πιθανότητα εύρεσης ενός ηλεκτρονίου σε ένα μικρό όγκο γίνεται το 25% της μέγιστης τιμής; β) Για ποια ακτίνα η ακτινική πυκνότητα πιθανότητας έχει το 25% της μέγιστης τιμής; γ) Ποια είναι η πιο πιθανή απόσταση ενός ηλεκτρονίου από τον πυρήνα; Υπόδειξη: Βρείτε το μέγιστο της συνάρτησης ακτινικής πυκνότητας πιθανότητας.
15. Ποια είναι η τροχιακή στροφορμή (ως πολλαπλάσια του  $\hbar$ ) ενός ηλεκτρονίου στα τροχιακά α) 1s, β) 3s, γ) 3d, δ) 2p, και ε) 3p; Δώστε τον αριθμό των γωνιακών και των ακτινικών κόμβων σε κάθε περίπτωση.
16. Πόσα ηλεκτρόνια μπορούν να καταλάβουν υποστιβάδες με τις παρακάτω τιμές για τον κβαντικό αριθμό l: α) 0, β) 3, γ) 5;